Tema logica computationala

**Problema 9.2.6**

Construiţi toate formele normale prenexe, Skolem şi clauzale ale următoarelor formule:

7. (∀x)((∀y)P(y)→ ¬(∃y)(Q(y)→R(x)))

Aducem la forma normala prenexa:

1. Se inlocuiesc conectivele → si ↔ folosind ¬, ∧ si ∨

U = (∀x)((∀y)P(y)→ ¬(∃y)(Q(y)→R(x)))

U ≡ (∀x)(¬(∀y)P(y) ∨ ¬(∃y)(Q(y)→R(x)))

U ≡ (∀x)(¬(∀y)P(y) ∨ ¬(∃y)( ¬Q(y) ∨ R(x)))

1. Se aplica legile finite si infinite ale lui DeMorgan astfel incat cuantificatorii sa nu fie precedati de negatie

U ≡ (∀x)(¬(∀y)P(y) ∨ ¬(∃y)( ¬Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∀x)((∃y) ¬P(y) ∨ ¬(∃y)( ¬Q(y) ∨ R(x)))

U ≡ (∀x)((∃y) ¬P(y) ∨ (∀y)(Q(y) ∧ ¬R(x)))

1. Se redenumesc variabilele legate astfel incat ele sa fie distincte

U ≡ (∀x)((∃y) ¬P(y) ∨ (∀y)(Q(y) ∧ ¬R(x)))

U ≡ (∀x)((∃y) ¬P(y) ∨ (∀z)(Q(z) ∧ ¬R(x)))

1. Se utilizeaza echivalentele logice care reprezinta legile de extragere a cuantificatorilor in fata formulei(Forma Normala Prenexa)

Obs: ordinea de extragere este arbitrara!

U ≡ (∀x)((∃y) ¬P(y) ∨ (∀z)(Q(z) ∧ ¬R(x)))

U ≡ UP1 = (∀x) (∃y) (∀z)( ¬P(y) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x)))

U ≡ UP2 = (∀x) (∀z) (∃y) ( ¬P(y) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x)))

1. Eliminarea cuantificatorilor ∃ (forma Skolem)

U ≡ UP1 = (∀x) (∃y) (∀z)( ¬P(y) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x)))

y 🡨 f(x)

U !≡ US1 = (∀x) (∀z)( ¬P(f(x)) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x)))

U ≡ UP2 = (∀x) (∀z) (∃y) ( ¬P(y) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x)))

y 🡨 g(x, z)

U !≡ US2 = (∀x) (∀z) ( ¬P(g(x, z)) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x)))

1. Eliminarea cuantificatorilor ∀ (forma normala Skolem fara cuantificatori)

U !≡ USq1 = ¬P(f(x)) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x))

U !≡ USq2 = ¬P(g(x, z)) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x))

1. Aducerea la Forma Normala Clauzala(distributatea ∨ fata de ∧)

U !≡ USq1 = ¬P(f(x)) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x))

U !≡ UC1 = (¬P(f(x)) ∨ Q(z)) ∧ (¬P(f(x)) ∨ ¬R(x))

U !≡ USq2 = ¬P(g(x, z)) ∨ (Q(z) ∧ ¬R(x))

U !≡ UC2 = (¬P(g(x, z)) ∨ Q(z)) ∧ (¬P(g(x, z)) ∨ ¬R(x))